

TEMA 2: POLINOMIOS

Ejercicio 1 Dados los siguientes polinomios:

- $P(x) = 3x^4 - 6x^3 + 3x - 8$
- $Q(x) = -2x^4 + x^3 - 3x^2 + 11x - 10$
- $R(x) = -3x^2 + 6x^5 - 2x + 4x^4 - x^3 - 7$
- $S(x) = -4x + 6x^2 + 3x^6 - 8x^4 + 5$

Halla:

- a) $P(x) + Q(x)$
- b) $P(x) - Q(x)$
- c) $P(x) + S(x)$
- d) $P(x) - S(x)$
- e) $P(x) - R(x)$
- f) $P(x) + R(x)$
- g) $P(x) + Q(x) - R(x) + S(x)$
- h) $P(x) + R(x) - S(x) - Q(x)$
- i) $2P(x) + 3R(x) - 4S(x) - 2Q(x)$
- j) $2(P(x) + R(x) - S(x)) - Q(x)$

Ejercicio 2 Dados los siguientes polinomios:

- $P(x) = 3x^4 - 6x^3 + 3x - 8$
- $Q(x) = -2x^4 + x^3 - 3x^2 + 11x - 10$
- $R(x) = -3x^2 + 6x^5 - 2x + 4x^4 - x^3 - 7$
- $S(x) = -4x + 6x^2 + 3x^6 - 8x^4 + 5$

Halla:

- a) $P(x) \cdot Q(x)$
- b) $P(x) \cdot S(x)$
- c) $P(x) \cdot R(x)$
- d) $(P(x) + Q(x)) \cdot R(x) + S(x)$
- e) $P(x) \cdot R(x) - S(x) \cdot Q(x)$
- f) $2P(x) - 3R(x) \cdot S(x) - 2Q(x)$
- g) $2(P(x) + R(x) - S(x)) \cdot Q(x)$
- h) $7P(x) - 3(R(x) - 7S(x) \cdot Q(x))$
- i) $(P(x) + R(x)) \cdot (S(x) - Q(x))$
- j) $(7P(x) - 2)^2$

- k) $2P(x) - 3R(x) \cdot S(x) - 2Q(x)$
- l) $(2P(x) - 3R(x))^2 + (S(x) - 2Q(x))^2$
- m) $2(P(x) \cdot R(x) - S(x)) - Q(x)$
- n) $(2x^2 - 4x + 3)^3$

Ejercicio 3 Desarrolla los siguientes polinomios utilizando las identidades notables:

- a) $(x + 2)^2$
- b) $(x - 3)^2$
- c) $(2x - 3)^2$
- d) $(2x + 3) \cdot (2x - 3)$
- e) $\left(\frac{x}{2} - 3\right)^2$
- f) $\left(\frac{x}{3} + 1\right)^2$
- g) $(3x + 1) \cdot (3x - 1)$
- h) $\left(3x^2 + \frac{1}{3}\right)^2$
- i) $(6x + 4)^2$
- j) $(2x^2 + \sqrt{2}) \cdot (2x^2 - \sqrt{2})$
- k) $\left(\frac{2x}{3} - \frac{1}{2}\right)^2$
- l) $(\sqrt{3}x + 1) \cdot (\sqrt{3}x - 1)$
- m) $\left(\frac{3x}{2} + 2\right) \cdot \left(\frac{3x}{2} - 2\right)$
- n) $(5x^2 - 2)^2$
- ñ) $(3x^3 - 2x)^2$
- o) $(2x^3 + \sqrt{2}x) \cdot (2x^3 - \sqrt{2}x)$

Ejercicio 4 Extrae factor común de las siguientes expresiones:

- a) $2x^3 - 6x^2 + 4x$
- b) $3a^2x^6 - 4a^3x^2 + 9xa^4$
- c) $2x^4 - 3x(2x^3 + 6x^2) - 16x^2$
- d) $2a^3\sqrt{2} - 4a^2x^2 + 6a^4x^2\sqrt{3}$

Me acuerdo de que, de niño (sería en el quinto curso), me sorprendió mucho darme cuenta de que la respuesta a cuánto es 134 dividido entre 29 es $\frac{134}{29}$ y así sucesivamente. ¡Qué manera tan ingeniosa de ahorrarse un montón de trabajo! Para mí "134 dividido entre 29" era una tarea muy concreta y muy tediosa, mientras que $\frac{134}{29}$ era un objeto que no implicaba el más mínimo trabajo. fui muy excitado a ver a mi padre para explicarle mi descubrimiento. Me dijo que sí, que por supuesto $\frac{a}{b}$ y "a dividido entre b" son expresiones sinónimas. Para él se trataba sólo de una variación en la notación.

William Thurston. Medalla Field en 1990.

Ejercicio 5 Efectúa las siguientes divisiones:

- a) $x^5 - 3x^4 + 3x^3 - 2x + 5$ entre $x - 2$
- b) $2x^6 + 3x^4 + 4x^2 + 6$ entre $x + 2$
- c) $2x^3 + 3x^2 - 11x + 6$ entre $x + 3$
- d) $5x^5 - 3x^4 - x^3 + 6x^2 + x + 1$ entre $x - 3$
- e) $x^6 - 5x$ entre $x - 2$
- f) $x^5 - x^4 + x^3 - x^2 + x - 1$ entre $x^2 + x + 1$
- g) $x^7 - 7x^4 + 3x^2 - x$ entre $x^2 - 2$

Ejercicio 6 Factoriza los siguientes polinomios utilizando las identidades notables:

- a) $x^2 - 9$
- b) $x^2 - 4x + 4$
- c) $9x^2 + 12x + 4$
- d) $3x^3 - 12x^2 + 12x$
- e) $\frac{x^2}{4} - x + 1$
- f) $\frac{x^4}{4} - 3x^2 + 9$
- g) $x^4 - 16$
- h) $x^4 - 4x^2$
- i) $9x^2 - 4$
- j) $9x^3 - 4x$
- k) $3x^2 - 2$
- l) $2x^2 - 4x + 2$
- m) $x^8 - 32x^4 + 256$
- n) $x^6 - 2x^3 + 1$

Ejercicio 7 Factoriza los siguientes polinomios:

- a) $x^3 - 2x^2 - x + 2$
- b) $x^4 - 5x^2 + 4$
- c) $2x^3 - 3x^2 - 9x + 10$
- d) $x^5 - 7x^4 + 10x^3 - x^2 + 7x - 10$
- e) $6x^4 - 5x^3 - 23x^2 + 20x - 4$
- f) $x^3 - 4x^2 + x + 6$
- g) $x^3 + 2x^2 - 9x - 18$
- h) $x^3 - x^2 - 3x - 2$
- i) $x^4 - 6x^3 + 10x^2 - x - 6$
- j) $-x^4 - 4x^3 + 14x^2 + 36x - 45$
- k) $x^4 - 2x^2 - 3x - 2$
- l) $x^3 - 4x^2 - 3x + 18$
- m) $x^3 + 9x^2 + 26x + 24$

- n) $x^3 - 4x^2 + 2x + 3$
- ñ) $x^4 - 4x^3 + 11x - 6$
- o) $x^4 - 5x^3 - 10x^2 + 80x - 96$
- p) $x^4 - 11x^2 + 18$

Ejercicio 8 Halla el mcm y el mcd de los siguientes pares de polinomios:

- a) $P(x) = x^2 + x - 12$ y $Q(x) = x^3 - 9x$
- b) $P(x) = x^3 + x^2 - x - 1$ y $Q(x) = x^3 - x$
- c) $P(x) = x^6 - x^2$ y $Q(x) = x^3 - x^2 + x - 1$

Ejercicio 9 Resuelve las siguientes ecuaciones mediante la factorización:

- a) $x^3 - 7x - 6 = 0$
- b) $2x^3 - 3x^2 - 9x + 10 = 0$
- c) $x^4 - 5x^3 + 5x^2 + 5x - 6 = 0$
- d) $3x^3 - 10x^2 + 9x - 2 = 0$
- e) $x^5 - 16x = 0$
- f) $x^3 - 3x^2 + 2x = 0$
- g) $x^3 - x^2 + 4x - 4 = 0$

Ejercicio 10 Simplifica las siguientes fracciones algebraicas:

- a) $\frac{9 - x^2}{x^2 - 3x}$
- b) $\frac{3x^3 - 2x^2 - 7x - 2}{x^3 - 4x}$
- c) $\frac{x^4 - 18x^2 + 81}{x^2 + 6x + 9}$

Ejercicio 11 Escribe un polinomio cuyas raíces sean 1, 4, -4 y 0.

Ejercicio 12 Halla el valor de m para que el polinomio $P(x) = 5x^4 + mx^3 + 2x - 3$ sea divisible entre $x + 1$

Ejercicio 13 Halla k para que resto al dividir $P(X) = x^{101} - kx^{23} + 2x^3 - 3x^2 + 5$ entre $x + 1$ sea 12.

Ejercicio 14 Escribe un polinomio de grado 4 que sólo tenga por raíces 0 y 1.