

MATEMÁTICA FINANCIERA Y PORCENTAJES

TEORÍA

- En todo el resumen $R\%$ representará el tanto por ciento, $r = \frac{R}{100}$ el tanto por 1 correspondiente, d será la frecuencia de capitalización ($d = 1$ para anual, $d = 2$ para semestral, $d = 3$ para cuatrimestral, $d = 4$ para trimestral, $d = 6$ para bimensual, $d = 12$ para mensual, $d = 360$ para diario y $d = \frac{1}{2}$ para bienal) $i = \frac{r}{d}$ el interés nominal y n representará el número de capitalizaciones.

- Fórmulas básicas:

- $R\%$ de $C = C \cdot r$

Ejemplo: 7% de $27,5 = 27,5 \cdot 0,07$

- $C + R\% = C \cdot (1 + r) <$

Ejemplo: $38 + 14\% = 38 \cdot (1 + 0,14) = 38 \cdot 1,14$

- $C - R\% = C \cdot (1 - r) <$

Ejemplo: $23 - 3\% = 23 \cdot (1 - 0,03) = 23 \cdot 0,97$

- Interés simple: Colocamos un capital C al $R\%$ anual, con una frecuencia de capitalización d . Nuestro interés es $i = \frac{r}{d}$ y al terminar la capitalización obtendremos:

$$C_{final} = C \cdot (1 + i)$$

Ejemplo: Colocamos 600 euros el 6% anual con una capitalización trimensual. Al cabo de los tres meses obtenemos

$$C_{final} = 600 \cdot \left(1 + \frac{0,06}{4}\right) = 600 \cdot 1,015 = 609$$

- Interés compuesto: Es como el simple, pero el capital que obtenemos tras terminar una capitalización lo volvemos a invertir de nuevo, y así sucesivamente durante n capitalizaciones. Al terminar las n capitalizaciones el capital que obtenemos es

$$C_n = C \cdot (1 + i)^n$$

Colocamos 700 euros al 6% anual, con capitalizaciones mensuales, durante 2 años, luego vamos a tener $n = 2 \cdot 12 = 24$ capitalizaciones. Al terminar los dos años obtendremos:

$$C_{24} = 700 \cdot \left(1 + \frac{0,06}{12}\right)^{24}$$

Ejercicio 1 La entrada del circo costaba el año pasado 3,30 euros y este año 4,10 ¿Qué porcentaje ha subido?

Ejercicio 2 La cantidad de agua de un ambalse ha disminuido en un 35% respecto a lo que había el mes pasado. Ahora contiene 74,25 millones de litros ¿Cuántos litros contenía el mes pasado?

Ejercicio 3 El precio de un televisor sube el 15% y después, en las rebajas, se rebaja un 25% ¿En total qué porcentaje ha variado desde el principio?

Ejercicio 4 He pagado 11,80 euros por un libro que estaba rebajado un 20% ¿Cuál era su precio antes de la rebaja?

Ejercicio 5 En un examen de francés han aprobado el 60% de los estudiantes. En la recuperación, de los suspendidos aprueban un 30% . En total hay 18 aprobados ¿Qué porcentaje hay de aprobados en total? ¿Cuántos estudiantes son?

Ejercicio 6 El precio de un artículo ha pasado en varios años, de ser 35 euros a ser 100 ¿Qué porcentaje ha aumentado?

Ejercicio 7 Hace 15 años un chicle costaba 2 pesetas. Ahora cuesta 5 céntimos de euro (1 euro=166,4 pta) ¿Qué porcentaje ha aumentado?

Ejercicio 8 Si el precio de un alquiler sube un 10% al año ¿Cuánto tiempo tardará en duplicarse?

Ejercicio 9 Un banco paga el 10% del dinero que se deposite en el anualmente, siempre y cuando no se saque en un año ¿Cuánto te dará si depositas 18500 euros? ¿Y si los dejas sin moverlos en 5 años?

Ejercicio 10 Calcula en cuánto se transforman 5000 euros en un año al 10% si los periodos de capitalización son:

a) semestres

b) trimestres

c) meses

En cada caso calcula la T.A.E. equivalente.

Ejercicio 11 Halla en cuánto se transforma un capital de 10000 euros al 5% durante 2 años y 3 meses si el periodo de capitalización es:

a) Anual

b) Mensual

Ejercicio 12 En cuánto se transforma un capital de 3500 depositados durante 3 meses al $8,5\%$ anual? ¿Y si se mantiene 5 años con periodos de capitalización trimestrales?

PROGRESIONES GEOMÉTRICAS. AMORTIZACIONES.

TEORÍA

Suma de los términos de una progresión geométrica:
Tenemos el siguiente resultado:

$$a + ar + ar^2 + ar^3 + \dots + ar^n = \frac{ar^{n+1} - a}{r - 1}$$

Por ejemplo:

$$2 + 2 \cdot 3 + 2 \cdot 3^2 + 2 \cdot 3^3 + \dots + 2 \cdot 3^{15} = \frac{2 \cdot 3^{16} - 2}{3 - 1} \approx 4,30 \cdot 10^7$$

Amortización de un préstamo: Para calcular la letra para amortizar un crédito procedemos de la siguiente manera: Por un lado calculamos cuánto rendiría el dinero que nos prestan (C) al tanto por ciento que nos lo presten (R anual), durante los plazos que nos lo presten (n) lo cual daría:

$$C_{final} = C \cdot \left(1 + \frac{r}{d}\right)^n$$

Por otro lado si pagamos una letra a , tenemos que ir calculando cuánto le renta al banco lo que vamos aportando.

La letra del primer mes le aporta $a_1 = a \cdot \left(1 + \frac{r}{d}\right)^{n-1}$

La del segundo $a_2 = a \cdot \left(1 + \frac{r}{d}\right)^{n-2}$

La del tercero $a_3 = a \cdot \left(1 + \frac{r}{d}\right)^{n-3}$

... La del penúltimo $a_{n-1} = a \cdot \left(1 + \frac{r}{d}\right)$

Y la del último $a_n = a$

Al final lo que tenemos que imponer es que ambos acaben en paz, por lo que:

$$C \cdot \left(1 + \frac{r}{d}\right)^n = a + a \cdot \left(1 + \frac{r}{d}\right) + a \cdot \left(1 + \frac{r}{d}\right)^2 + \dots + a \cdot \left(1 + \frac{r}{d}\right)^{n-1}$$

El segundo miembro es una progresión geométrica, luego:

$$C \cdot \left(1 + \frac{r}{d}\right)^n = \frac{a \cdot \left(1 + \frac{r}{d}\right)^n - a}{\left(1 + \frac{r}{d}\right) - 1} = a \frac{\left(1 + \frac{r}{d}\right)^n - 1}{\left(1 + \frac{r}{d}\right) - 1}$$

Relacionn esta que podemos usar para despejar la cuota que habría que pagar.

Ejercicio 13 *Un comerciante pide un préstamo 5000 euros para devolver en un solo pago a los tres meses ¿A cuánto debe de ascender el pago si el interés es de un 12 % anual?*

Ejercicio 14 *Recibimos un préstamo de 8500 euros al 15 % anual que hemos de devolver en un solo pago ¿Cuántos años han transcurrido si al liquidarlo pagamos 14866,55 euros?*

Ejercicio 15 *Se pide un préstamo de 4000 euros al 6,5 % de interés semestral con el compromiso de devolverlo, en un solo pago, al cabo de dos años ¿A cuánto ascenderá ese pago?*

Ejercicio 16 *Un capital colocado al 15 % anual durante 4 años se ha convertido en 5596,82 euros ¿A cuánto ascendía dicho capital?*

Ejercicio 17 *Un banco paga el 2 % trimestral ¿cuántos años tienen que estar depositados 2000 euros para convertirse en 2536,48 euros?*

Ejercicio 18 *Calcula a qué tanto por ciento tienen que estar colocados 2000 euros para que en dos años se conviertan en 699,84 euros.*

Ejercicio 19 *Calcula la T.A.E. para un rédito anual del 10 % con pagos mensuales de intereses*

Ejercicio 20 *Hemos de amortizar 50000 euros en 5 años, con un interés del 15 %*

Ejercicio 21 *Calcula el importe de la anualidad con la que se amortiza un préstamo de 50000 euros en 5 años al 15 % anual ¿Y si se paga en mensualidades?*

Ejercicio 22 *Compramos un electrodoméstico de 750 euros y lo pagamos en 24 plazos mensuales con un interés del 13 % ¿Cuál será la cuota mensual?*

Ejercicio 23 *Una persona paga un coche en sesenta mensualidades de 333,67 euros. Si el precio del dinero está al 12 % anual ¿Cuál será el precio del coche si se paga al contado?*

Ejercicio 24 *Un plan de pensiones nos da un 6 % anual de intereses y metemos todos los meses una cuota de 300 euros ¿Cuánto dinero hemos acumulado tras 10 años?*

Ejercicio 25 *Un banco nos concede un préstamo al 6 % que hemos de amortizar en 7 anualidades de 14330,80 euros ¿Cuánto dinero nos prestó?*

Ejercicio 26 *Un trabajador ahorra 5000 euros anuales que ingresa en un banco al inicio de cada año. Si el banco le da un 9,5 % de interés ¿Qué cantidad tendrá al cabo de 10 años?*

Ejercicio 27 *Una persona inicia un plan de pensiones a los 45 años con cuotas mensuales de 200 euros al 9 % anual con capitalización mensual ¿De qué capital dispondrá a los 65 años?*

Ejercicio 28 *Recibimos un préstamo de 10000 euros al 12 % anual que hemos de pagar en un año con plazos mensuales. El banco nos cobra 350 euros por la gestión del préstamo. Comprueba que la T.A.E. correspondiente es del 16,77 %*

Ejercicio 29 *Un librero compró dos manuscritos antiguos por 2250 euros y después los vendió obteniendo un beneficio del 40 %. El primer manuscrito le dejó un beneficio del 25 % y el segundo un beneficio del 50 % ¿Cuánto pagó por cada manuscrito?*