EJERCICIOS DE REPASO CON SOLUCIONES

Ejercicio 1 *Escribe los siguientes conjuntos explícitamente y como intervalo:*

a) *El conjunto de los números menores que 5*

b) *El conjunto de los números mayores o iguales que 3*

c) *El conjunto de los numeros comprendidos entre -5 y 1*

d) *El conjunto de los números que están entre -2 y 0, ambos incluídos*

Soluciones:

a) $\{x \in \mathbb{R} \ : x < 5\} = (-\infty, 5)$

b) $\{x \in \mathbb{R} \ : x \geq 3\} = [3, +\infty)$

c) $\{x \in \mathbb{R} \ : -5 < x < 1\} = (-5, 1)$

d) $\{x \in \mathbb{R} \ : -2 \leq x \leq 0\} = [-2, 0]$

Ejercicio 2 *Expresa como intervalo estas desigualdades:*

a) $\{x \in \mathbb{R} \ : -3 \leq x \leq 2\}$

b) $\{x \in \mathbb{R} \ : -2 \leq x < 3/2\}$

c) $\{x \in \mathbb{R} \ : 5 < x\}$

d) $\{x \in \mathbb{R} \ : 4 < x < 4,1\}$

e) $\{x \in \mathbb{R} \ : x \geq -2\}$

f) $\{x \in \mathbb{R} \ : -3 \leq x\}$

Soluciones:

a) $[-3, 2]$

b) $[-2, 3/2)$

c) $(5, +\infty)$

d) $(4, 4{,}1)$

e) $[-2, +\infty)$

f) $(-\infty, -3)$

Ejercicio 3 *Resuelve las siguientes inecuaciones:*

a) $\dfrac{x+1}{3} - 2 \leq \dfrac{2x+3}{2} + x$

b) $2x + 3 + \dfrac{x}{2} < \dfrac{x}{3}$

c) $\begin{cases} x - 1 < 3x + 2 \\ \dfrac{x-3}{2} \leq \dfrac{x+1}{5} \end{cases}$

d) $\begin{cases} -3x + 2 > x \\ \dfrac{2x}{3} - 1 \geq 2x + 2 \end{cases}$

e) $\begin{cases} 2x + 3 \leq \dfrac{x}{5} + 1 \\ \dfrac{x+1}{3} + 1 \geq 3 - 2x \end{cases}$

f) $x^2 - x - 2 < 0$

g) $x^2 - 7x + 12 \geq 0$

h) $2x - x^2 \leq 0$

i) $3x^2 + 3x < 2x^2 + 6 + 2x$

j) $x^2 + 2x + 11 > 0$

k) $-x^2 - 3 \geq 0$

l) $x^2 - 2x + 1 \leq 0$

m) $x^2 + 6x + 9 > 0$

Soluciones:

a) $x \geq -\dfrac{19}{10}$ *o* $x \in \left[-\dfrac{19}{10}, +\infty\right)$

b) $x < \dfrac{18}{13}$ *o* $x \in \left(-\infty, \dfrac{18}{13}\right)$

c) $x \in \left(-\dfrac{3}{2}, \dfrac{17}{3}\right]$

d) $x \in \left(-\infty, -\dfrac{9}{4}\right]$

e) $x \in \emptyset$

f) $x \in (-1, 2)$

g) $x \in (-\infty, 3) \cup (4, +\infty)$

h) $x \in (-\infty, 0) \cup (2, +\infty)$

i) $x \in (-\infty, +\infty) = \mathbb{R}$

j) $x \in \emptyset$

k) $x = 2$

l) $x \in (-\infty, 3) \cup (3, +\infty) = \mathbb{R} \setminus \{3\}$

Ejercicio 4 *Sabiendo que* $\log_3 \alpha = 2,19$ *y* $\log_3 \beta = -0,91$ *halla el valor de:*

a) $\log_3 \sqrt{3}\alpha\beta$

b) $\log_3 \dfrac{9\sqrt[3]{\alpha}}{\beta^2}$

c) $\log_3 \left(\dfrac{9\beta}{\sqrt{3\alpha}}\right)^4$

d) $\log_3 \left(\dfrac{\alpha}{27}\right)^{-2} \cdot \left(\dfrac{3}{\beta}\right)^5$

Soluciones:

a) $\log_3 \sqrt{3}\alpha\beta = \dfrac{1}{2} + \log_3 \alpha + \log_3 \beta = 1,78$

b) $2 + \dfrac{1}{3}\log_3 \alpha - 2\log_3 \beta = 4,55$

c) $4 \cdot \left(2 + \log_3 \beta - \dfrac{1}{2}(1 + log_3\alpha)\right) = 4 \cdot (-0,505) = -2,02$

d) $-2 \cdot (\log_3 \alpha - 3) + 5 \cdot (1 - (-0,91)) = 11,17$

Ejercicio 5 *Halla, utilizando los logaritmos, el valor de los siguientes números (utiliza 3 cifras significativas y potencias de 10)*

a) 6^{143}

b) $34 \cdot 2^{91}$

c) $23 \cdot 7^{391}$

d) 9^{9^9} *y compáralo con* $\left(9^9\right)^9$

Soluciones:

a) $\log 6^{143} = 143\log 6 = 111,275628805 \Rightarrow 6^{143} = 10^{111,275628805} = 10^{0,275628805} \cdot 10^{111} = 1,89 \cdot 10^{111}$

b) $\log 34 \cdot 2^{91} = \log 34 + 91\log 2 = 28,925208522 \Rightarrow 34 \cdot 2^{91} = 8,42 \cdot 10^{28}$

c) $\log 23 \cdot 7^{391} = 331,795061482 \Rightarrow 23 \cdot 7^{391} = 6,24 \cdot 10^{331}$

d) $\log 9^{9^9} = 9^9 \log 9 = 369693099,631570359 \Rightarrow 9^{9^9} = 4,28 \cdot 10^{369693099}$ *mientras que* $\log\left(9^9\right)^9 = \log 9^{81} = 77,293643265 \Rightarrow \left(9^9\right)^9 = 1,97 \cdot 10^{77}$

Ejercicio 6 *Resuelve las siguientes ecuaciones:*

a) $3 \cdot 2^x = 7$

b) $3 \cdot 5^{2x-1} = 7$

c) $2^{x+1} - 2^{x-1} = 2$

d) $2 \cdot 5^{x^2-2x+2} = 12$

e) $2^{2x+2} + 7 \cdot 2^x = 2$

f) $3^{x+1} + 3^x + 3^{x-1} = 1$

g) $25^x - 5^{x+1} + 6 = 0$

Soluciones:

a) $x = \dfrac{\ln 7 - \ln 3}{\ln 2}$

b) $2x - 1 = \dfrac{\ln 7 - \ln 3}{\ln 5} \Rightarrow x = \dfrac{1 + \dfrac{\ln 7 - \ln 3}{\ln 5}}{2}$

c) $\Rightarrow 2^x \cdot \left(2 + \dfrac{1}{2}\right) = 2 \Rightarrow 2^x = \dfrac{4}{5} \Rightarrow x = \dfrac{\ln 4 - \ln 5}{\ln 2}$

d) $\Rightarrow \left(x^2 - 2x + 2\right)\ln 5 = \ln 6 \Rightarrow x^2 - 2x + 2 = 1,1133 \Rightarrow x^2 - 2x + 0,8867 = 0 \Rightarrow x = \dfrac{2 \pm \sqrt{4 - 4 \cdot 0,8867}}{2} = \dfrac{2 \pm 0,6732}{2} = \begin{cases} 1,3367 \\ 0,6634 \end{cases}$

e) $2^{2x+2} + 7 \cdot 2^x = 2 \Rightarrow 4 \cdot \left(2^x\right)^2 + 7 \cdot 2^x - 2 = 0 \Rightarrow 2^x = \dfrac{-7 \pm \sqrt{7^2 + 4 \cdot 4 \cdot 2}}{8} = \dfrac{-7 \pm 9}{8} = \begin{cases} \dfrac{1}{4} \Rightarrow 2^x = \dfrac{1}{4} \Rightarrow x = -2 \\ -1 \Rightarrow \text{ No aporta solución} \end{cases}$

f) $\Rightarrow 3^x \cdot \left(3 + 1 + \dfrac{1}{3}\right) = 1 \Rightarrow 3^x \cdot \dfrac{13}{3} = 1 \Rightarrow 3^x = \dfrac{3}{13} \Rightarrow x = \dfrac{\ln 3 - \ln 13}{\ln 3}$

g) $25^x - 5^{x+1} + 6 = 0 \Rightarrow \left(5^x\right)^2 - 5 \cdot 5^x + 6 = 0 \Rightarrow 5^x = \dfrac{5 \pm \sqrt{25 - 24}}{2} = \begin{cases} 3 \Rightarrow 5^x = 3 \Rightarrow x = \dfrac{\ln 3}{\ln 5} \\ 2 \Rightarrow 5^x = 2 \Rightarrow x = \dfrac{\ln 2}{\ln 5} \end{cases}$