NÚMERO e. LOGARITMOS.

TEORÍA

Número e: Definimos e como:

$$e = \lim_{n\to+\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^n = \sum_{k=0}^{\infty}\frac{1}{k!} = \frac{1}{0!}+\frac{1}{1!}+\frac{1}{2!}+\frac{1}{3!}+...$$

Se tiene que $e2,718281828$ y es, junto con π uno de los números más importantes en matemáticas, ya que aparece en incontables lugares en los que no esperaríamos encontrarlo.

A título de ejemplo, la forma que toma una cadena suspendida de dos extremos tiene la forma $f(x) = \dfrac{e^{ax}+e^{-ax}}{2a}$ cuya gráfica puedes ver dibujada más abajo para $a = 0,5$

Logaritmos: $\log_a b = c^c = b$

Te tienes que aprender las siguiente propiedades de logaritmos:

- $\log_a(bc) = \log_a b + \log_a c$
- $\log_a \dfrac{b}{c} = \log_a b - \log_a c$
- $\log_a b^n = n\log_a b$
- $\log_a b = \dfrac{\log_c b}{\log_c a}$

Ejercicio 1 *Sabiendo que* $\log_5 A = 1,8$ *y que* $\log_5 B = 2,4$ *calcula el valor de*

a) $\log_5\sqrt[3]{\dfrac{A^2}{25B}}$ *b)* $\log_5\dfrac{5\sqrt{A^3}}{B^2}$

Ejercicio 2 *Sabiendo que* $\log 2 = 0,301$ *y* $\log 3 = 0,477$ *halla sin usar la calculadora:*

a) $\log 4$ *d)* $\log 12$ *g)* $\log\sqrt{6}$

b) $\log 5$ *e)* $\log 0,25$ *h)* $\log 27$

c) $\log 6$ *f)* $\log\sqrt{2}$ *i)* $\log\dfrac{1}{18}$

Ejercicio 3 *¿Qué relación hay entre a y b si se sabe que se cumple* $\ln a = 2b - \ln 5$*?*

Ejercicio 4 *Halla sin utilizar la calculadora :*

a) $\log_5 625$ *e)* $\log_2\sqrt{8}$

b) $\log 0,001$ *f)* $\log_{\sqrt{3}} 3$

c) $\ln\dfrac{1}{\sqrt{e}}$ *g)* $\log_{1/2}\dfrac{1}{\sqrt{2}}$

d) $\log_2 0,25$ *h)* $\log_\pi 1$

Ejercicio 5 *Halla con la calculadora :*

a) $\log_7 625$ *b)* $\log_{1/2} 77$

Ejercicio 6 *Sabiendo que* $\log k = 14,4$ *halla el valor de las siguientes expresiones:*

a) $\log\dfrac{k}{100}$ *c)* $\log 0,1k^2$

b) $\log\sqrt[3]{\dfrac{1}{k}}$ *d)* $(\log k)^{1/2}$

Ejercicio 7 *Contesta las siguientes preguntas:*

a) Si $\log x = a$ *¿Cuál es el valor de* $\log\dfrac{1}{x}$*?*

b) Si $\log a = 1 + \log b$ *¿Qué relación hay entre a y b?*

c) Si $\log a + \log b = 0$ *¿Qué relación existe entre a y b?*

Ejercicio 8 *Comprueba que si* $a \neq 1$ *entonces*

$$\frac{\log\frac{1}{a} + \log\sqrt{a}}{\log a^3} = -\frac{1}{6}$$

Ejercicio 9 *Demuestra que:*

a) $\log_a b = \dfrac{1}{\log_b a}$

b) $\log_{a^n} b = \dfrac{1}{n}\log_a b$

c) Si $a^2 + b^2 = 7ab$ *se cumple entonces que:*

$$\log\frac{a+b}{3} = \frac{1}{2}(\log a + \log b)$$

d) $b^{\log_a c} = c^{\log_a b}$

Ejercicio 10 *Desarrolla los siguientes logaritmos en el mayor número de sumandos:*

a) $\ln\dfrac{x^2y(m+n)}{m\cdot n}$

b) $\log_2\dfrac{a^2-b^2}{ab}$

c) $\log_2\sqrt{2\sqrt{2\sqrt{2}}}$

Ejercicio 11 *Halla utilizando los logaritmos el valor de:*

a) $\sqrt[3]{493}$ *c)* $\dfrac{425\cdot\sqrt{2,73}}{\sqrt[3]{48,4}}$

b) $\dfrac{\sqrt[3]{0,3688}}{22,958^5}$