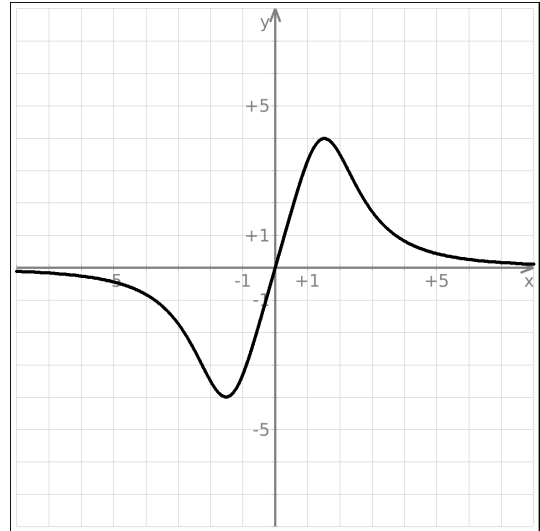


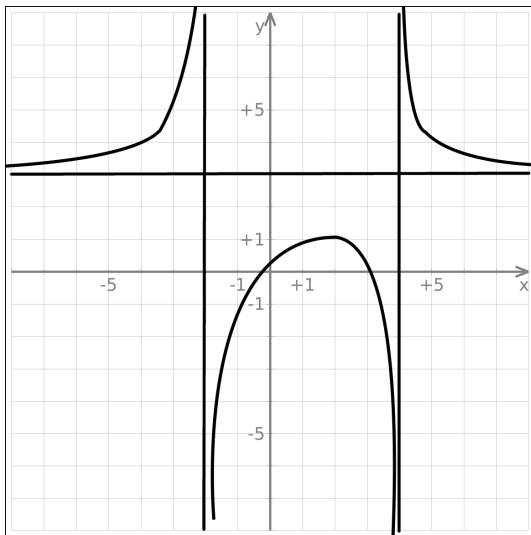
**FUNCIONES**

**Ejercicio 1** Representa las siguientes funciones hallando los puntos de corte con los ejes y el vértice (si hubiere):

- a)  $y = 3x - 2$
- b)  $f(x) = 4x^2 - 4x - 3$
- c)  $f(x) = \frac{x^2}{4} - 1$
- d)  $f(x) = 3 - \frac{x}{2}$
- e)  $y = 2x^2 + x - 6$
- f)  $y = -x + 3$
- g)  $y = x^2 + 2x - \frac{5}{4}$
- h)  $y = -\frac{x}{2} + \frac{3}{2}$

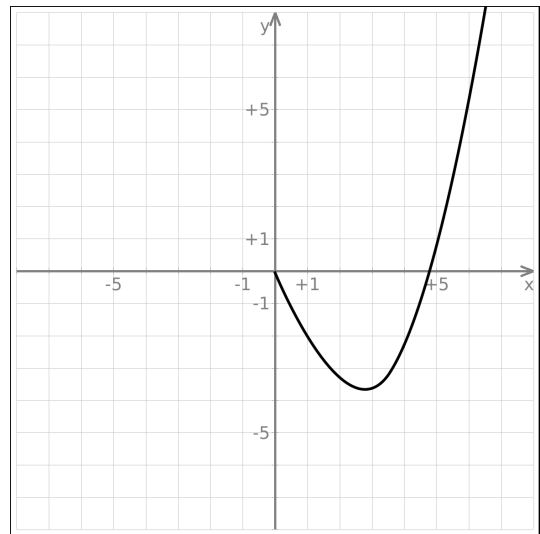


**Ejercicio 2** Dada la siguiente función, da las ecuaciones de sus asíntotas y sus tipos, sus intervalos de crecimiento, curvatura, las posiciones de sus extremos y puntos de inflexión.:



**Ejercicio 3** Dada la siguiente función, da las ecuaciones de sus asíntotas y sus tipos, sus intervalos de crecimiento, curvatura, las posiciones de sus extremos y puntos de inflexión.:

**Ejercicio 4** A continuación tienes la gráfica de una función en el intervalo  $[0, +\infty)$ .



Completa la gráfica bajo la hipótesis de que la función es:

- a) Par
- b) Impar

**Ejercicio 5** Dibuja una función que cumpla que:

- Tenga por asíntotas  $y = 0$  en  $-\infty$

- Sea cóncava y continua en  $\mathbb{R}$

Un ejemplo de función que cumple esto es la función  $y = 2^x$

¿Qué puedes decir del crecimiento de la función? ¿Puede tener algún extremo? ¿Puede tener algún tipo de simetría?

**Ejercicio 6** Dibuja una función que cumpla que:

- Tenga por asíntotas  $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$  con  $k \in \mathbb{Z}$
- Sea periódica de periodo  $\pi$
- Sea continua en  $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$
- Sea impar.
- Sea cóncava en  $(-\frac{\pi}{2}, 0)$

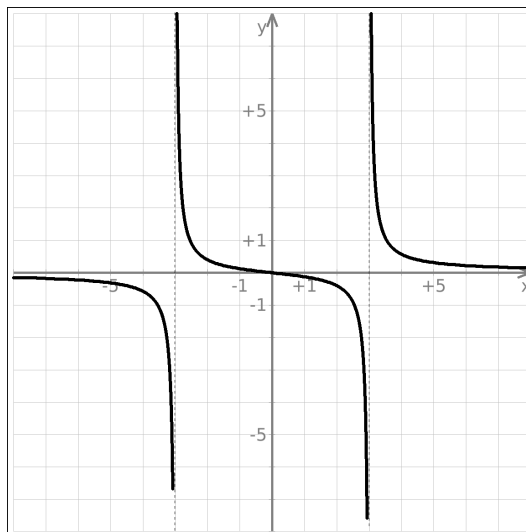
Un ejemplo de esta función es la función  $y = \operatorname{tg} x$   
 ¿Tiene algún extremo esta función? ¿Qué puedes asegurar del crecimiento de esta función?

**Ejercicio 7** Dibuja una función que cumpla que:

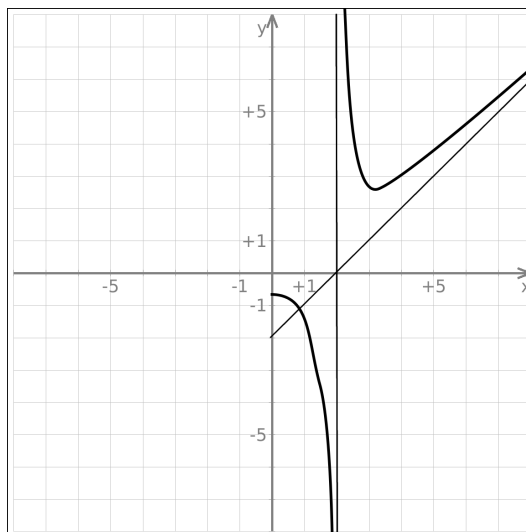
- Tenga como asíntotas las rectas  $y = -\frac{5x}{4} + 2$  en  $+\infty$ ,  $y = 2$  en  $-\infty$ ,  $x = -3$  y  $x = 3$
- Sea continua en  $\mathbb{R} \setminus \{-3, 3\}$
- Sea creciente en  $(-\infty, -5)$ ,  $(-3, 3)$  y  $(3, 5)$ , y decreciente en el resto.
- No tenga picos (dicho de otra forma, que sea derivable)

¿Cuántos extremos tiene que tener la función? ¿Dónde? ¿Qué puedes decir de la curvatura de esta función?

**Ejercicio 8** Dada la siguiente función, da las ecuaciones de sus asíntotas y sus tipos, sus intervalos de crecimiento, curvatura, las posiciones de sus extremos y puntos de inflexión.:



**Ejercicio 9** La siguiente gráfica corresponde a una función par. Dibuja cómo sería la función en el intervalo  $(-\infty, 0)$  y, da las ecuaciones de todas sus asíntotas (tiene más de las dibujadas) y sus tipos, sus intervalos de crecimiento, curvatura, las posiciones de sus extremos y puntos de inflexión.:



**Ejercicio 10** Dibuja una función que cumpla que:

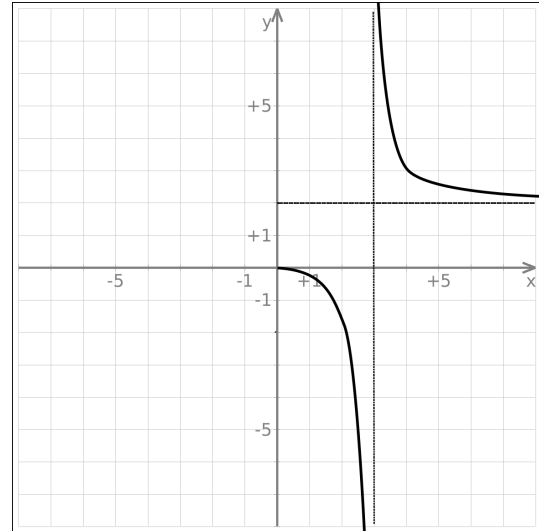
- Tenga por asíntotas  $y = \frac{x}{2} - 2$  en  $+\infty$ ,  $x = 2$
- Sea par
- Sea continua donde no tenga asíntotas
- Sea cóncava en  $(2, \infty)$  y convexa en  $(0, 2)$

¿Cuántos extremos puedes asegurar que tiene? ¿Puedes decir dónde está alguno? ¿Cuántas asíntotas tiene? ¿Puedes dar las ecuaciones de las otras dos asíntotas?

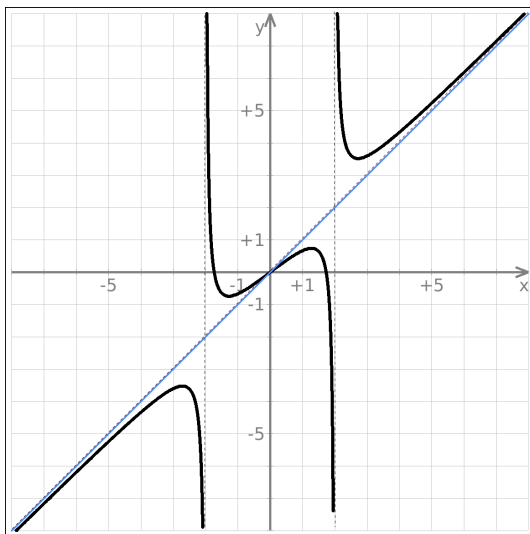
**Ejercicio 11** Dibuja una función que cumpla que:

- Tenga por asíntota  $y = -\frac{x}{3} + 1$  en  $-\infty$
- Sea par
- Sea continua en  $\mathbb{R}$
- Sea convexa en  $(-\infty, -3)$  y cóncava en  $(0, 3)$

¿Cuántas asíntotas tiene? Da todas las ecuaciones.  
 ¿Cuántos extremos tiene? ¿Dónde? ¿Qué puedes decir del crecimiento de la función?

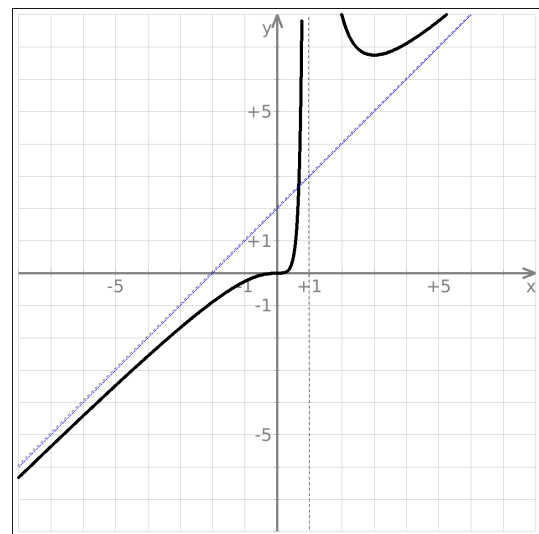


**Ejercicio 12** Dada la siguiente función, da las ecuaciones de sus asíntotas y sus tipos, sus intervalos de crecimiento, curvatura, las posiciones de sus extremos y puntos de inflexión.:

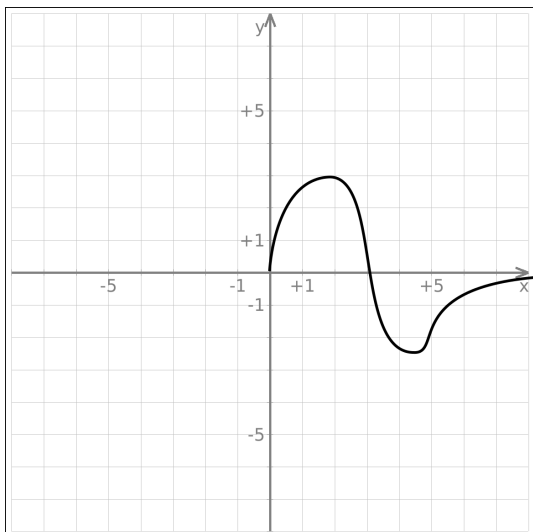


**Ejercicio 13** La siguiente gráfica corresponde a una función impar. Dibuja cómo sería la función en el intervalo  $(-\infty, 0)$  y, da las ecuaciones de todas sus asíntotas (tiene más de las dibujadas) y sus tipos, sus intervalos de crecimiento, curvatura, las posiciones de sus extremos y puntos de inflexión.:

**Ejercicio 14** Dada la siguiente función, da las ecuaciones de sus asíntotas y sus tipos, sus intervalos de crecimiento, curvatura, las posiciones de sus extremos y puntos de inflexión.:



**Ejercicio 15** La siguiente gráfica corresponde a una función impar. Dibuja cómo sería la función en el intervalo  $(-\infty, 0)$  y, da las ecuaciones de todas sus asíntotas (tiene más de las dibujadas) y sus tipos, sus intervalos de crecimiento, curvatura, las posiciones de sus extremos y puntos de inflexión.:



**Ejercicio 16** Dibuja una función que cumpla que:

- Tenga por asíntotas  $y = \frac{2x}{3} - 1$ ,  $x = -1$  y  $x = 2$
- Sea continua en  $\mathbb{R} \setminus \{-1, 2\}$
- Sea cóncava en  $(-\infty, -1)$  y  $(2, \infty)$  y convexa en el resto.

¿Qué puedes asegurar del crecimiento de la función? ¿Cuántos extremos tiene que tener la función? ¿Puede tener algún tipo de simetría?

**Ejercicio 17** Dibuja una función que cumpla que:

- Tenga por asíntotas las rectas  $y = -2$  en  $-\infty$ ,  $y = x - 2$  en  $+\infty$ ,  $x = 1$
- Sea continua en  $\mathbb{R} \setminus \{1\}$
- Sea creciente en  $(-\infty, 1)$  y en  $(1, \infty)$

¿Puede tener algún extremo dicha función? ¿Qué puedes asegurar de la curvatura de dicha función? ¿Te podría salir que la función es convexa en el  $(-\infty, -4)$ ? ¿Y en el  $(-4, 0)$ ? ¿Y en el  $(0, 1)$ ?

**Ejercicio 18** Dibuja una función que cumpla que:

- Tenga por asíntota  $y = 0$
- Sea continua en  $\mathbb{R}$
- Sea impar.
- Sea cóncava en  $(-3, 0)$  y en el  $(3, \infty)$

Un ejemplo de función que cumple esto es  $y = \frac{x}{x^2+1}$   
 ¿Cuántos extremos puede asegurar que tiene? ¿Qué puedes decir del crecimiento? Si en vez de  $y = 0$  la asíntota fuera  $y = x$  ¿Cuántos extremos podrías asegurar que tiene la función?

**Ejercicio 19** Dibuja una función que cumpla que:

- Sea continua en todo  $\mathbb{R}$
- Sea impar
- Sea convexa en  $(0, \pi)$
- Sea periódica de periodo  $2\pi$
- Tenga un extremo en  $x = \frac{\pi}{2}$  con  $f(\frac{\pi}{2}) = 1$

Un ejemplo de función que cumpla las cosas anteriores es la función  $y = \sin x$

¿Dónde más podemos asegurar que ha de tener extremos? ¿Puede tener algún otro extremo aparte de los anteriores? ¿Qué puedes decir del crecimiento de la función? ¿Cuál es el mayor valor que toma esta función? ¿Y el menor?

**Ejercicio 20** Dibuja una función que cumpla que:

- Tenga por asíntotas las rectas  $y = -2x - 2$  en  $+\infty$
- Sea par y continua en  $\mathbb{R}$

¿Cuántos extremos puede tener esta función? ¿Puede ser f cóncava en  $\mathbb{R}$ ? ¿Y convexa? Contesta a la primera pregunta suponiendo que f es convexa en  $\mathbb{R}$  y estudia el crecimiento de la función en ese caso. Da las ecuaciones de las demás asíntotas

**Ejercicio 21** Dibuja una función,  $y = f(x)$ , que cumpla que:

- Tenga por asíntotas  $y = -2$ ,  $x = -3$ ,  $x = 2$
- Sea continua en  $\mathbb{R} \setminus \{-3, 2\}$
- Sea cóncava en el  $(-\infty, -3)$ ,  $(-3, 0)$  y  $(2, 4)$  y convexa en el resto.

¿Cuántos extremos puede tener esta función? ¿Qué puedes decir del crecimiento de la función? ¿Cuántas soluciones puedes asegurar que tiene la ecuación  $f(x) = 0$ ?

**Ejercicio 22** Dibuja una función que cumpla que:

- Tenga por asíntota  $y = \frac{\pi}{2}$  en  $+\infty$
- Sea impar
- Sea continua en  $\mathbb{R}$
- Sea cóncava en  $(-\infty, 0)$

¿Cuántos extremos puede tener esta función? Estudia el crecimiento de la función. Da las ecuaciones de las demás asíntotas. ¿Qué relación tiene esta función con la función  $f(x) = \operatorname{tg} x$ ? A esta función se la conoce por  $f(x) = \operatorname{tg}^{-1} x = \operatorname{arctg} x$