Método de Gauss

Ejercicio 1 *Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones:*

a) $\begin{cases} 3x & +y & -2z & = 2 \\ x & & -z & = 0 \\ 2x & +3y & & = 5 \end{cases}$

Solución: $x = 1, y = 1, z = 1$

b) $\begin{cases} 2x & +4y & +5z & = -3 \\ x & +2y & +3z & = -2 \\ 5x & +8y & +13z & = -8 \end{cases}$

Solución: $x = 1, y = 0, z = -1$

c) $\begin{cases} x & & +z & = 7 \\ & y & +z & = 1 \\ x+ & +y & & = 0 \end{cases}$

Solución: $x = 3, y = -3, z = 4$

d) $\begin{cases} -3x & +2y & -1 & = -32 \\ 2x & -y & +3z & = 53 \\ -x & +3y & -2z & = -41 \end{cases}$

Solución: $x = \dfrac{33}{4}, y = \dfrac{73}{4}, z = \dfrac{175}{4}$

e) $\begin{cases} x & +y & +z & = 4,5 \\ -2x & +y & +2z & = 2 \\ 3x & +y & +5z & = 8,5 \end{cases}$

Solución: $x = 1, y = 3, z = 0,5$

f) $\begin{cases} 3x & +2y & -z & = -4 \\ 2x & +4y & +6z & = 12 \\ x & +y & +z & = 3 \end{cases}$

Solución: $x = 5, y = -7, z = 5$

g) $\begin{cases} 2x & -2y & & = 0 \\ x & +y & -z & = 1 \\ & 3y & -3z & = 0 \end{cases}$

Solución: $x = 1, y = 1, z = 1$

h) $\begin{cases} 2x & -2y & & = -6 \\ x & +y & -z & = 2 \\ & 3y & -3z & = 6 \end{cases}$

Solución: $x = 0, y = 3, z = 1$

i) $\begin{cases} x & +y & +z & = 4 \\ 2x & +3y & & = 9 \\ & y & -2z & = 1 \end{cases}$

Solución: *Sistema compatible indeterminado*

$x = -3\lambda + 3, y = 2\lambda + 1, z = \lambda$

j) $\begin{cases} x & +y & +z & = 1 \\ 2x & -y & -z & = 1 \\ & 2y & +2z & = 0 \end{cases}$

Solución: *Sistema incompatible.*

k) $\begin{cases} x & +y & & = 3 \\ 2x & & +z & = 1 \\ & +y & -2z & = 1 \end{cases}$

Solución: $x = 0, y = 3, z = 1$

l) $\begin{cases} x & +y & +z & = 4 \\ 2x & +3y & & = 0 \\ & y & -2z & = 1 \end{cases}$

Solución: *Sistema incompatible.*

m) $\begin{cases} 4x & +y & +z & = 4 \\ & 3y & & = 3 \\ x & +y & -2z & = 4 \end{cases}$

Solución: $x = y = 1, z = -1$

n) $\begin{cases} x & +y & +z & = 1 \\ 3x & +2y & +z & = 4 \\ 2x & +2y & +2z & = 2 \end{cases}$

Solución: *Sistema compatible indeterminado*

$x = 2 + \lambda, y = -1 - 2\lambda, z = \lambda$

ñ) $\begin{cases} 3x & -y & +z & = 1 \\ x & +2y & -2z & = -1 \\ 2x & -3y & +z & = -1 \end{cases}$

Solución: $x = \dfrac{1}{7}, y = \dfrac{13}{14}, z = \dfrac{3}{2}$

o) $\left\{\begin{array}{rrrl} x & -y & & =1 \\ 2x & +6y & -5z & =-4 \\ x & +y & -z & =0 \end{array}\right.$

Solución: $x=\dfrac{3}{2}, y=\dfrac{1}{2}, z=2$

p) $\left\{\begin{array}{rrrl} x & +y & +z & =2 \\ -2x & +y & +2z & =2 \\ 3x & -2y & -z & =4 \end{array}\right.$

Solución: $x=1, y=-2, z=3$

q) $\left\{\begin{array}{rrrl} 2x & +3y & & =14 \\ 2x & -y & -z & =9 \\ x & -2y & +z & =-3 \end{array}\right.$

Solución: $x=4, y=2, z=-3$

r) $\left\{\begin{array}{rrrl} 2a & -5b & +4c & =-1 \\ 4a & -5b & +4c & =3 \\ 5a & & -3c & =13 \end{array}\right.$

Solución: $a=2, b=\dfrac{1}{5}, c=-1$

s) $\left\{\begin{array}{rrrl} a & +b & +c & =2 \\ a & -b & +c & =6 \\ a & -b & -c & =0 \end{array}\right.$

Solución: $a=1, b=-2, c=3$

t) $\left\{\begin{array}{rrrl} 5p & -4q & +3r & =9 \\ 2p & +q & -2r & =1 \\ 4p & +3q & +4r & =1 \end{array}\right.$

Solución: $p=1, q=-1, r=0$

Ejercicio 2 *Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones:*

a) $\left\{\begin{array}{rrrrl} -3x & -2y & +z & +2t & =-3 \\ 2x & -2y & & & =1 \\ x & +y & -3z & +2t & =-5,5 \\ 5x & +y & +2z & & =9,5 \end{array}\right.$

Solución: $x=1, y=\dfrac{1}{2}, z=2, t=-\dfrac{1}{2}$

b) $\left\{\begin{array}{rrrrl} +x & +y & +z & & =1 \\ & +y & +z & +t & =-1 \\ +x & & +z & +t & =2 \\ +x & +y & & +t & =-2 \end{array}\right.$

Solución: $x=1, y=-2, z=2, t=-1$

Ejercicio 3 *Los sistemas de ecuaciones son particularmente sensibles a los errores, es decir, una pequeña modificación de los coeficientes puede llevar a una gran modificación de las soluciones. Como ejemplo resuelve los dos sistemas siguientes:*

a) $\left\{\begin{array}{rrl} 123,5x & +120y & =23 \\ 22,02x & +21,4y & =22 \end{array}\right.$

b) $\left\{\begin{array}{rrl} 123,3x & +120,1y & =22,5 \\ 22,2x & +21,3y & =22,1 \end{array}\right.$

Observa que aunque los coeficientes de cada uno de los sistemas sólo varían en, a lo sumo 4 décimas, las soluciones están mucho más alejadas.

Ejercicio 4 (Discusión de un sistema con parámetros) *Dados los siguientes sistemas con parámetros discútelos en función de su parámetro:*

a) $\left\{\begin{array}{rrrl} x & +y & +z & =1 \\ x & +y & +2z & =2 \\ x & -y & +z & =\lambda \end{array}\right.$

b) $\left\{\begin{array}{rrrl} 2x & -3y & -4z & =1 \\ 4x & +6y & -z & =2 \\ x & +y & +\lambda z & =10 \end{array}\right.$

c) $\left\{\begin{array}{rrrl} x & +2y & +2z & =0 \\ 3x & & +z & =0 \\ \lambda x & & +z & =0 \end{array}\right.$

d) $\left\{\begin{array}{rrrl} x & -y & +z & =0 \\ x & +(\lambda+1)y & +z & =0 \\ x & +y & +(\lambda+1)z & =0 \end{array}\right.$

e) $\left\{\begin{array}{rrl} x & +2y & =3 \\ 2x & -y & =1 \\ 4x & +3y & =\lambda \end{array}\right.$